

Хазанович Ю.Ю.

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Киричук Ю.В.

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Черепанська І.Ю.

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ ПОЛОЖЕННЯ КІНЦІВОК КРОКУЮЧОГО МОБІЛЬНОГО РОБОТУ У ПРОСТОРИ

У статті проаналізовано традиційні методи побудови математичних моделей динаміки і кінематики мобільних роботів (МР) та визначено їх основні недоліки, що полягають у складності та трудомісткості математичних операцій. В якості альтернативи запропоновано ще один математичний метод побудови моделі динаміки та кінематики шестиногого крокуючого МР, зокрема для визначення положення кінцівок крокуючого МР, що ґрунтується на методах проективної геометрії, зокрема методі трикутників.

На відмінну від традиційних методів, перевагами запропонованого у статті методу для визначення положення кінцівок крокуючого МР є простота застосовуваного математичного апарату, його менша кількість обчислень та легка автоматизація. Це було досягнуто за рахунок застосування інтуїтивно зрозумілих методів проективної геометрії, які покладені в основу запропонованого методу.

На прикладі представленої у статті абстрактної моделі шестиногого крокуючого МР з однаковою конструкцією тришарнірних кінцівок та тубом у формі правильного шестикутника показано, що застосування запропонованого методу дозволило спростити процес побудови математичної моделі для визначення положення його кінцівок зменшити трудомісткість та підвищити продуктивність виконуваних робіт. Зокрема за допомогою знаходження положення кінцівки крокуючого МР відносно геометричного центру мас його тіла, шляхом поетапної побудови множини трикутників за проєкціями всіх зчленувань кінцівки на площини, що утворені відповідними осями локальної системи координат та обчислення величин сторін трикутників, що відповідають напрямку та величині переміщення даної кінцівки МР.

Практична реалізація запропонованого методу здійснюється у спеціалізованому програмному забезпеченні, робота якого у даній статті не розглядається.

Ключові слова: крокуючий мобільний робот, математична модель, система координат, автоматизація, метод трикутників.

Постановка проблеми. При синтезі мобільних роботів (МР), тобто роботів, які спроможні переміщатися у тримірному просторі у довільних напрямках та по різних поверхнях, необхідно розв'язувати низку різнопланових за свою сутністю та методами задач. Однією із таких задач є задачі, що пов'язані із побудовою математичних моделей їх динаміки та кінематики, зокрема визначення положення кінцівок МР. Зважаючи на те, що МР, є порівняно новою модифікацією роботів, та займають своє окреме місце у світовому парку роботів, а теоретичні та експериментальні дослідження пов'язані з їх

створенням почалися відносно недавно, можна стверджувати, що, на сьогоднішній день відсутні у достатній кількості приклади вітчизняних розробок у даній галузі. Окрім того, у вітчизняній та зарубіжній літературі відсутні у достатній кількості публікації, що містять приклади та рекомендації щодо побудови математичних моделей динаміки та кінематики конкретних моделей МР. Причому у публікаціях, що присвячені проблемі визначення положення кінцівок МР мають місце, фрагментарність і декларативність описів математичних апаратів, а також вони, у своїй переважній більшості, ґрунтуються на класич-

них підходах, зокрема Денавіта-Хартенберга, матричному методі та направляючих косинусах, які як відомо відрізняються значною трудомісткістю математичних операцій та громіздкістю отримуваних математичних моделей.

Це стимулює розробку нових та вдосконалення відомих математичних моделей динаміки та кінематики МР, зокрема при визначенні положення їх кінцівок.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Аналіз відомих досліджень та публікацій, показав, що сучасний парк МР є досить різноманітним. Аналізуючи принципи їх побудови та роботи, стає очевидним, що всі вони мають різну будову, функціональні можливості, швидкодію, точність орієнтування і позиціонування та ґрунтуються на застосуванні складних математичних моделей. При цьому тільки окремі вітчизняні науковці займаються питаннями побудови МР і відображають результати своїх досліджень у літературі. Зокрема у статті [1] описане створення МР для обрізки дерев та опис принципово нової конструкції мобільного робота довільної орієнтації на стовбурах дерев із метою обслуговування об'єктів плодоовочевих господарств та лісних деревних та паркових масивів.

Переважна більшість наукових результатів, щодо побудови математичних моделей, динаміки та кінематики таких роботів відображена у роботах переважно зарубіжних авторів. [2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10] і ґрунтуються на традиційних підходах. Так у статтях [2, 3, 4, 5, 6, 7, 8] автори для опису динаміки механічних кінцівок різних крокуючих роботів (восьминогих у статті [2], різних за формою платформи шестиногих у статтях [3, 4, 5, 6, 7] та зварювального робота-маніпулятора [8]) використовують модель Денавіта-Хартенберга, що дозволяє записати кінематику кінцівки набором матриць перетворень направляючих косинусів у тримірному просторі, для вираження відносного положення системи координат кожної ланки.

Схематичне представлення одного із варіантів зовнішнього вигляду кінцівки крокуючого робота [2] приведено на рис. 1, на рис. 2 проілюстровано модель Денавіта-Хартенберга у системі координат МР за рис. 1.

Зокрема у статті [2] подано загальну математичну модель кінематичної схеми кожної ланки наступним чином:

$$R_{01} = \begin{bmatrix} \cos\theta_1 & 0 & \sin\theta_1 & l_1 \cos\theta_1 \\ \sin\theta_1 & 0 & -\cos\theta_1 & l_1 \sin\theta_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (1)$$



Рис. 1. Приклад схематичного зображення зовнішнього вигляду кінцівки крокуючого МР [2]

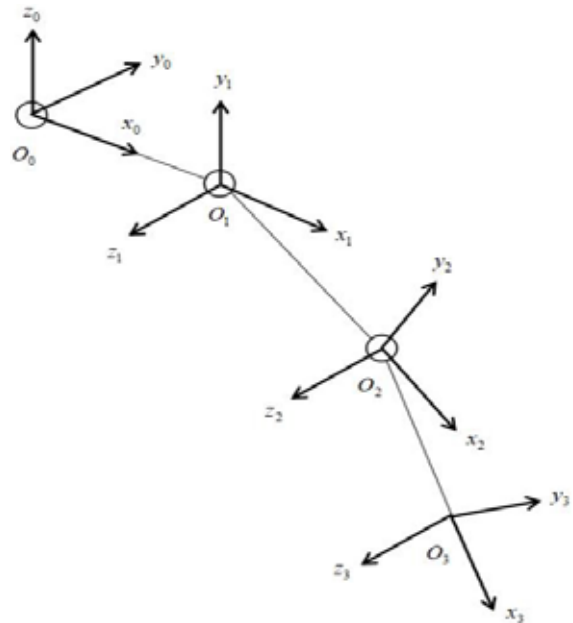


Рис. 2. Приклад графічного подання моделі Денавіта-Хартенберга у системі координат МР [2]

$$R_{12} = \begin{bmatrix} \cos\theta_2 & -\sin\theta_2 & 0 & l_2 \cos\theta_2 \\ \sin\theta_2 & \cos\theta_2 & 0 & l_2 \sin\theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$R_{23} = \begin{bmatrix} \cos\theta_3 & -\sin\theta_3 & 0 & l_3 \cos\theta_3 \\ \sin\theta_3 & \cos\theta_3 & 0 & l_3 \sin\theta_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

де $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ – кути поворотів локальних систем координат прив'язаних до відповідних зчленувань кінцівки крокуючого МР за рис. 1, та рис. 2; l_1, l_2, l_3 – довжини відповідних зчленувань кінцівки крокуючого МР за рис. 1, та рис. 2.

За початкову точку відліку, при побудові математичної моделі, у статтях [2, 3, 4, 5, 6, 7, 8] прийнято початок координат, що позначений точкою O_0 , яка розміщена на першому зчленуванні кінцівки крокуючого МР (рис. 2), і до якої прив'язана локальна система координат x_0, y_0, z_0 . До другого зчленування (стегна (рис. 2)) кінцівки крокуючого МР прив'язана локальна система координат x_1, y_1, z_1 з початком відліку в точці O_1 . До наступних зчленувань (гомілки та лапки (рис. 1)) прив'язані локальні системи координат x_2, y_2, z_2 та x_3, y_3, z_3 з початками відліку в точках O_2 та O_3 відповідно. При переміщенні кінцівки крокуючого МР фактично здійснюється переміщення локальних систем координат $x_0, y_0, z_0, x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2$ та x_3, y_3, z_3 відповідних зчленувань відносно абсолютної правої декартової системи координат X, Y, Z . При чому вісь X вказує на напрямок висування стрижня кінцівки, а вісь Z – на напрямок обертання суглоба.

У загальному випадку математична модель кінематичної схеми кінцівки крокуючого МР за рис. 2 має наступний вигляд:

$$R_{03} = R_{01} \cdot R_{12} \cdot R_{23} = \begin{bmatrix} \cos\theta_1 \cos(\theta_2 + \theta_3) & -\cos\theta_1 \sin(\theta_2 + \theta_3) & \sin\theta_1 \\ \sin\theta_1 \cos(\theta_2 + \theta_3) & -\sin\theta_1 \sin(\theta_2 + \theta_3) & -\cos\theta_1 \\ \sin(\theta_2 + \theta_3) & \cos(\theta_2 + \theta_3) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} (l_1 + l_2 \cos\theta_2 + l_3 \cos(\theta_2 + \theta_3)) \cos\theta_1 \\ (l_1 + l_2 \cos\theta_2 + l_3 \cos(\theta_2 + \theta_3)) \sin\theta_1 \\ l_2 \sin\theta_2 + l_3 \sin(\theta_2 + \theta_3) \end{bmatrix}$$

Очевидно, що при використанні математичної моделі (4) для опису переміщення однієї кінцівки крокуючого МР необхідно виконати значну кількість арифметичних та тригонометричних математичних операцій. При чому, при описі переміщень усіх кінцівок крокуючого МР кількість математичних операцій збільшується пропорційно кількості кінцівок крокуючого МР. Це безперечно призведе до значного ускладнення математичної моделі, збільшення часу обчислень та підвищення трудомісткості розрахунків. Таким чином, можна стверджувати, що застосування моделі Денавіта-Хартенберга, матриць поворотів та направляючих косинусів є багатоетапним, рутинним і досить трудомістким процесом, що вимагає значних витрат часу.

Крім моделі Денавіта-Хартенберга в літературі [9, 10] представлено модель, що описує рухи закріпленої чотиринової крокуючої платформи (рис. 3).

Зокрема у статтях [9, 10] описано матричний метод, який дозволяє, знаючи вектори OA_i , що є точками контакту кінцівки роботу із поверхнею (рис. 4), визначити її напрямки руху.

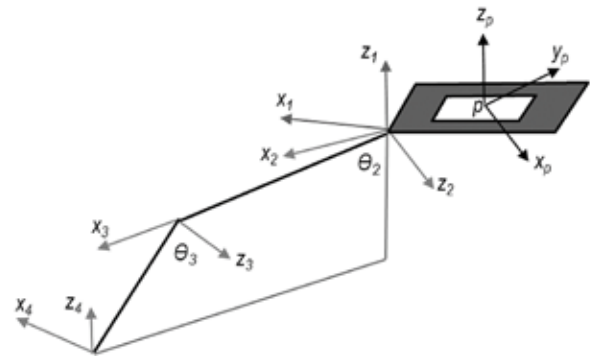


Рис. 3. Приклад схематичного зображення кінцівки платформи [9]

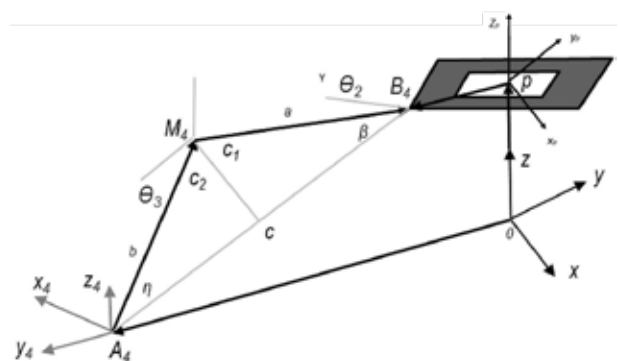


Рис. 4. Приклад схематичного зображення параметрів кінцівки платформи [9]

Зокрема напрямки руху платформи, що задаються відповідними векторами визначаються наступним чином:

$$rBi = rAi + \frac{rMi}{Ai} + \frac{rBi}{Mi}, \quad (5)$$

де rA_i – вектори позначають кінцеві точки A_i опорних ніг;
 rB_i – вектори є точки B_i з'єднання опорна робота з платформою;
 i – порядковий номер кінцівки.

У роботі [9, 10] вказано, що три кінцівки МР стоять на поверхні, і за виразом (5).

Положення точок B_i відносно системи координат зв'язаної з платформою МР p (рис. 4) визначено за виразом (6):

$$E_x = \frac{B_3 B_1}{B_3 B_1}, \quad (6)$$

На підставі виконаних розрахунків у статті [9, 10] визначено напрямки одиничного вектора, як нормалі до площини платформи за виразами (7), (8):

$$E_z = E_x E_m, \quad (7)$$

$$E_y = E_z E_x, \quad (8)$$

Загальна модель, що описує переміщення платформи МР у тримірному просторі подається у матричній формі:

$${}^p_B R = [E_x \ E_y \ E_z]. \quad (9)$$

Очевидно, що таке подання моделі є досить громіздким, а операції з матрицями передбачають виконання трудомістких математичних операцій.

Формулювання цілей статті є розробка математичного методу побудови моделі динаміки та кінематики шестиногого крокуючого МР для зменшення часу обчислень, трудомісткості розрахунків та їх автоматизації.

Ефективне моделювання динаміки та кінематики крокуючих МР, зокрема висока точність зменшення часу обчислень та підвищення продуктивності виконуваних робіт може бути досягнуто за рахунок використання нових підходів та розробки новітніх математичних моделей динаміки та кінематики крокуючих МР.

Виклад основного матеріалу. Метод для визначення положення кінцівки шестиногого крокуючого МР, що пропонується в якості альтернативи відомим, ґрунтується на методах проективної геометрії, передбачає використання графічного методу трикутників та побудову кінцевої множини відповідних трикутників для кожного зчленування кінцівки крокуючого МР. При цьому очевидними перевагами пропонованого методу є її відносна простота, порівняно менша кількість обчислень, їх автоматизація та наочність представлення переміщень кінцівок крокуючого МР.

Суть пропонованого методу полягає у знаходженні положення кінцівки крокуючого МР відносно геометричного центру мас його тіла, шляхом поетапної побудови множини трикутників за проєкціями всіх зчленувань кінцівки на площини, що утворені відповідними осями локальної системи координат x, y, z , та обчислення величин сторін цих трикутників, що відповідають напрямку та величині переміщення даної кінцівки крокуючого МР.

Опис пропонованого методу приведено для абстрактної моделі шестиногого крокуючого МР з однаковою конструкцією тришарнірних кінцівок, наприклад, за рис. 6 та тулубом у формі правильного шестикутника, наприклад, за рис. 5.

Геометрично рухи крокуючого МР показані, як переміщення шарнірів представлених у вигляді точок відносно локальної системи координат x, y, z із початком в точці O , що попередньо прив'язана до геометричного центру мас тіла крокуючого МР (рис. 5) відносно абсолютної декартової системи координат X, Y, Z (рис. 7). При переміщеннях кінцівки крокуючого МР між її ланками та площиною XOZ на якій розміщено центр мас O , утворюються відповідні кути. Зокрема, α_1 – кут між площиною положення геометричного центра мас

O та ланкою AB , β_1 – кут між ланками AB та BC , γ_1 – кут між ланками BC та CD (рис. 6).

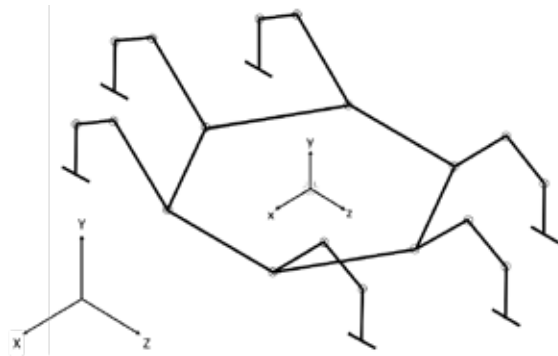


Рис. 5. Схематичне зображення абстрактної моделі шестиногого крокуючого МР

Відстань між точками A і D відносно його геометричного центру мас крокуючого МР, знаходиться за допомогою теореми косинусів із трикутників $\triangle ABC, \triangle ACD, \triangle ABB', \triangle ACC', \triangle ADD'$ зчленувань кінцівки крокуючого МР на площину YOZ (рис. 6) наступним чином:

За теоремою косинусів обчислюється довжина сторони AC у трикутнику $\triangle ABC$:

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos \beta_1}. \quad (10)$$

Величина кута $\angle BCA$ обчислюється за допомогою теореми синусів із трикутника $\triangle ABC$:

$$\angle BCA = \frac{\sin \beta_1 \cdot AB}{AC}. \quad (11)$$

Величина кута $\angle ACD$ може бути обчислена наступним чином:

$$\angle ACD = \gamma_1 - \angle BCA, \quad (12)$$

де γ_1 – кут між ланками BC та CD .

Таким чином відстань між точками A і точкою D визначається за теоремою косинусів наступним чином:

$$AD = \sqrt{AC^2 + CD^2 - 2 \cdot AC \cdot CD \cdot \cos \angle ACD}. \quad (13)$$

Знаходження відстані між геометричним центром мас O та шарнірним зчленуванням стегна (відстань OB), гомілки (відстань OC) та лапкою (відстань OD) передбачає обчислення величин кутів $\angle CAD, \angle OAB, \angle BAC, \angle OAD, \angle D'AD$ за виразами (14) – (18), та довжин проєкцій відповідних ланок AB', BC', CD' на площину XOZ (рис. 7) за виразами (14) – (18).

$$\angle CAD = \frac{\sin(\angle ACD) \cdot AD}{CD}. \quad (14)$$

$$\angle OAB = 180 - \alpha_1, \quad (15)$$

де α_1 – кут між площиною XOZ та ланкою AB .

$$\angle BAC = 180 - \beta_1 - \angle BCA, \quad (16)$$

де β_1 – кут між ланками AB та BC .

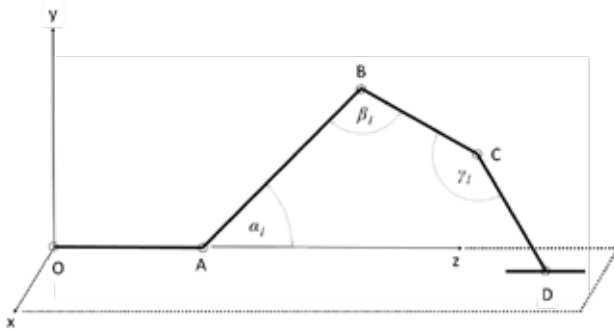


Рис. 6. Схематичне зображення тришарнірної кінцівки абстрактної моделі шестиногого крокуючого МР: точка O – геометричний центр мас; A – точка з'єднання кінцівки із тулубом; AB – стегнова ланка, BC – гомілкорова ланка, CD – довжина лапки, точка D – п'ятка кінцівки лапки (стопи)

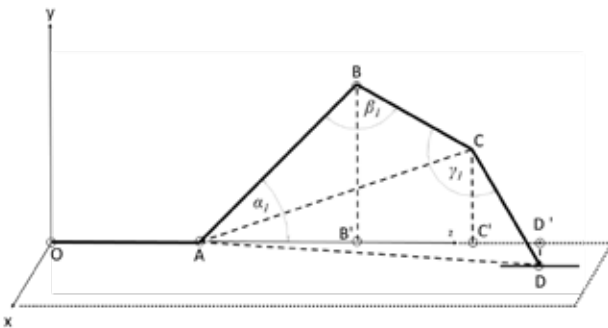


Рис. 7. Проекції зчленувань кінцівки абстрактної моделі крокуючого МР на площину YOZ

$$\angle OAD = 360 - \angle OAB - \angle BAC - \angle CAD. \quad (17)$$

$$\angle D'AD = 180 - \angle OAD. \quad (18)$$

$$AB' = \cos \pm_1 \cdot AB, \quad (19)$$

де α_1 це кут між площиною XOZ та ланкою AB .

$$AC' = \cos(\angle CAD - \angle D'AD) \cdot AC. \quad (20)$$

$$AD' = \cos(180 - \angle OAD) \cdot AD. \quad (21)$$

За результатами обчислень виконаних за виразами (19) – (21) можуть бути знайдені відстані між геометричним центром мас O та проекціями відповідних шарнірних зчленувань наступним чином. Зокрема відстань OB' , що характеризує відстань між геометричним центром мас та проекцією шарнірного зчленування стегна обчислюється за виразом (22):

$$OB' = \sqrt{OA^2 + AB'^2 - 2 \cdot OA \cdot AB' \cdot \cos(\theta_i)}, \quad (22)$$

де θ_i – кут повороту кінцівки робота у площині XOZ та величина якого дорівнює кутам $\angle OAB'$, $\angle OAC'$, $\angle OAD'$ трикутників $\triangle OAB'$, $\triangle OAC'$, $\triangle OAD'$, відповідно (рис. 8); i – порядковий номер кінцівки робота.

Відстань OC' між геометричним центром мас O та проекцією шарнірного зчленування гомілки на площину XOZ обчислюється за виразом (23) наступним чином:

$$OC = \sqrt{OA^2 + AC^2 - 2 \cdot OA \cdot AC \cdot \cos(\theta_i)}. \quad (23)$$

Аналогічним чином відстань OD' між геометричним центром мас та проекцією шарнірного зчленування лапки обчислюється за виразом (24):

$$OD' = \sqrt{OA^2 + AD^2 - 2 \cdot OA \cdot AD' \cdot \cos(\theta_i)}. \quad (24)$$

Отримані результати розрахунків за виразами (22), (23), (24) є величинами проєкцій довжин OB , OC , OD на площину YOZ . Вони дозволяють знайти величини відстаней між геометричним центром мас O та шарнірним зчленуванням стегна (відстань OB), гомілки (відстань OC) та лапкою (відстань OD) у тривірному просторі декартової системи координат, але передбачають виконання додаткових проміжних обчислень значень довжин, а саме обчислення значення DD' , $\angle AD'D$ у трикутнику $\triangle ADD'$ та CC' , $\angle AC'C$, $\angle CAC'$ у трикутнику $\triangle ACC'$ (рис. 7).

Обчислення довжини DD' виконується за теоремою косинусів для трикутника $\triangle AD'D$:

$$DD' = \sqrt{AD^2 + AD'^2 - 2 \cdot AD \cdot AD' \cdot \cos(\angle D'AD)}. \quad (25)$$

Значення кута $\angle AD'D$ обчислюється за теоремою синусів наступним чином:

$$\angle AD'D = \arcsin\left(\frac{AD \cdot \sin(\angle D'AD)}{DD'}\right). \quad (26)$$

Значення кута $\angle CAC'$ у трикутнику $\triangle ACC'$ дорівнюватиме:

$$\angle CAC' = \pm_1 - \angle BAC, \quad (27)$$

де α_1 це кут між площиною XOZ та ланкою AB .

Значення CC' обчислюється за теоремою косинусів наступним чином:

$$CC' = \sqrt{AC^2 + AC'^2 - 2 \cdot AC \cdot AC' \cdot \cos(\angle CAC')}. \quad (28)$$

Величина кута $\angle AC'C$ розраховується за теоремою синусів наступним чином:

$$\angle AC'C = \arcsin\left(\frac{AC \cdot \sin(\angle CAC')}{CC'}\right). \quad (29)$$

Використовуючи властивість подібності трикутників $\triangle ADD'$ та $\triangle ODD'$ та теорему косинусів знайдено значення довжин OB , OC , OD у тривірному просторі декартової лівої системи координат X, Y, Z (рис. 9) наступним чином:

Згідно теореми косинусів відстані OD , OC , OB у трикутниках $\triangle ODD'$, $\triangle OCC'$, $\triangle OBB'$, відповідно дорівнюватимуть:

$$OD = \sqrt{OD'^2 + DD'^2 - 2 \cdot OD' \cdot DD' \cdot \cos(\angle OD'D)}. \quad (30)$$

$$OC = \sqrt{OC'^2 + CC'^2 - 2 \cdot OC' \cdot CC' \cdot \cos(\angle OC'C)}. \quad (31)$$

$$OB = \sqrt{OB'^2 + BB'^2 - 2 \cdot OB' \cdot BB' \cdot \cos(\angle OB'B)}. \quad (32)$$

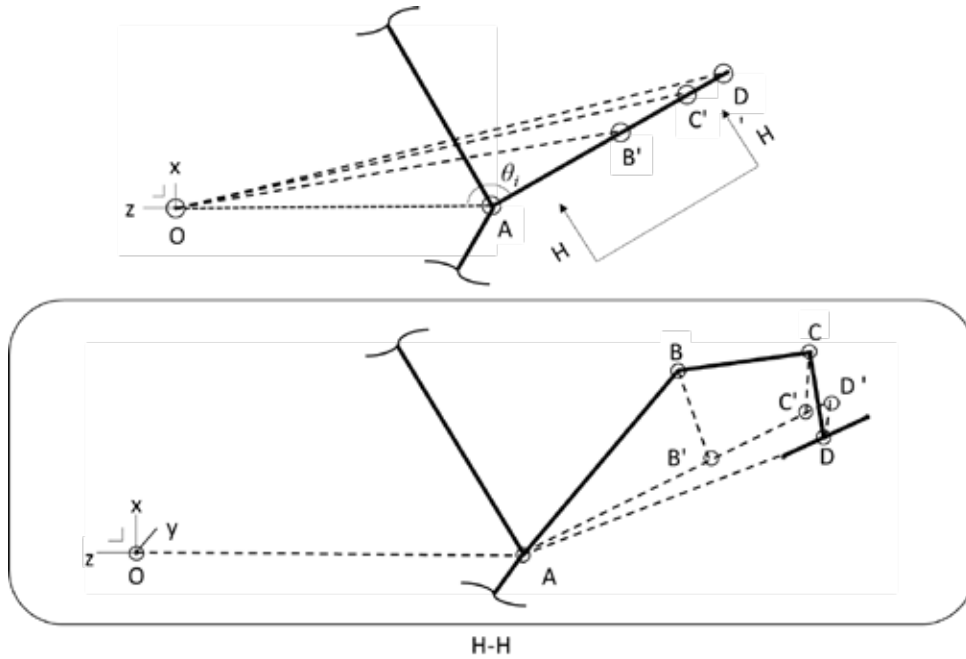


Рис. 8. Відстань OB' , що характеризує відстань між геометричним центром мас та проекцією шарнірного зчленування; відстань OC' , що характеризує відстань між геометричним центром мас та проекцією шарнірного зчленування гомілки; відстань OD' , що характеризує відстань між геометричним центром мас та проекцією шарнірного зчленування лапки

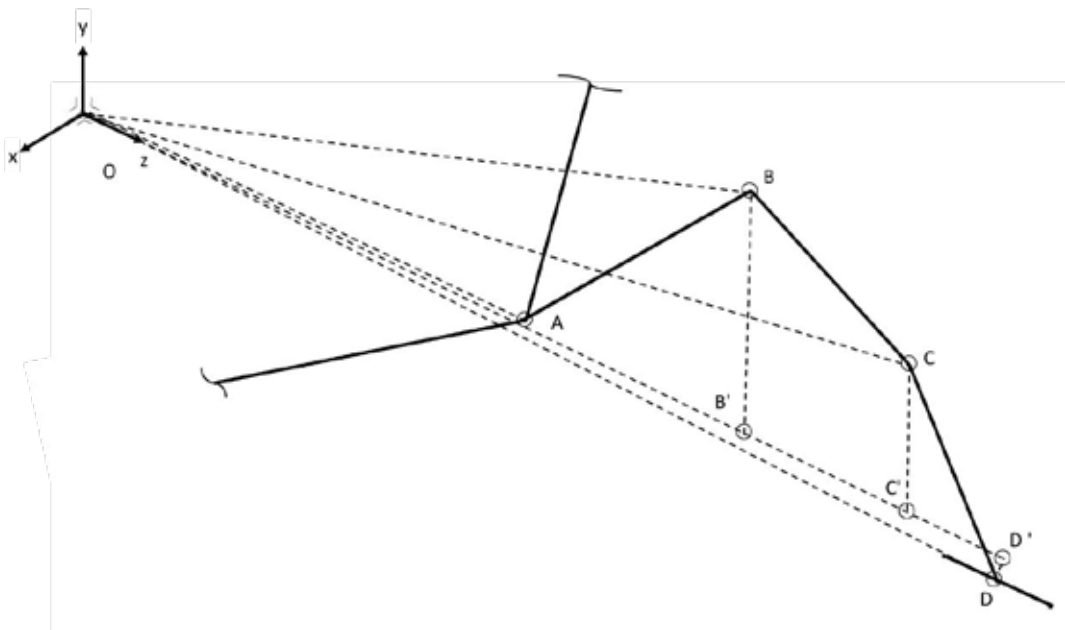


Рис. 9. Відстань OB , що характеризує відстань між геометричним центром мас та шарнірного зчленування; відстань OC , що характеризує відстань між геометричним центром мас та шарнірного зчленування гомілки; відстань OD , що характеризує відстань між геометричним центром мас та шарнірного зчленування лапки

Таким чином запропонований метод за допомогою простого математичного апарату дозволяє визначити положення кінцівки в просторі і, як наслідок, зменшити трудомісткість та підви-

щити продуктивність виконуваних робіт. Дане твердження обґрунтоване тим, що для розглянутої абстрактної моделі крокуючого МР були використані: теорема косинусів, теорема синусів

та властивість подібності трикутників, що дозволило здійснити визначення положення шарнірів кінцівки МР простим математичним апаратом, що забезпечує високу продуктивність пропонованого методу.

Висновки. Запропонований у статті метод визначення положення кінцівок крокуючого мобільного роботу є альтернативою відомим традиційним методам, зокрема методу Денавіта-Хартенберга та матричному методу. Його основними перевагами відносна простота математичного

апарату, порівняно менша кількість обчислень, автоматизація та наочність представлення переміщень кінцівок крокуючого МР.

Апробація методу, проведена для абстрактної моделі шестиногого крокуючого МР з однаковою конструкцією тришарнірних кінцівок, та тулубом у формі правильного шестикутника, та із застосуванням спеціалізованого програмного забезпечення, робота якого у даній статті не розглянута, дозволяє стверджувати, про підвищення продуктивності виконуваних обчислень.

Список літератури:

1. Поліщук М.М. Мобільний робот для обслуговування паркових та лісних деревних масивів. Науково-практичний журнал Екологічні науки. 2019. 26. 132–137. DOI: <https://doi.org/10.32846/2306-9716-2019-3-26-24>.
2. Zihao Yang, Minghai Yuan, Xinhui Shi, Zenan Yang and Mengyuan Li, Mechanism Design and Kinematics Analysis of Spider-like Octopod Robot, IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series 1314 (2019) 012109 doi:10.1088/1742-6596/1314/1/012109.
3. S.Yu. Misyurin, G.V. Kreinin, N.Yu. Nosova, A.P. Nelubin, Six-Legged Walking Robot (Hexabot), Kinematics, Dynamics and Motion Optimization, Procedia Computer Science 190 (2021), 2020 Annual International Conference on Brain-Inspired Cognitive Architectures for Artificial Intelligence: Eleventh Annual Meeting of the BICA Society, 604–610, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.procs.2021.06.071>.
4. Abdelrahman Sayed Sayed, Amr Ahmed Mohamed, Ahmed Magd Aly, Youssef Mohamed Hassan, Abdallah Mahir Abdulaziz, Hossam Hassan Ammar, and Rafaat Shalaby, Experimental Modeling of Hexapod Robot Using Artificial Intelligence A.-E. Hassanien et al. (Eds.): AICV 2020, AISC 1153, pp. 26–36, 2020. https://doi.org/10.1007/978-3-030-44289-7_3.
5. Yaguang Zhu, Ziqi Fang, Liang Zhang Dynamic Jump Motion Control of a Jumping Spider Robot with Redundant Degrees of Freedom, 2019, DOI: 10.1109/CAC48633.2019.8996895.
6. Munadi, Ismoyo Haryanto, Toni Prahasto. Analisa Kinematik, Dinamik Dan Metode Gerak Kaki Model Snooper Hexapod Robot, ROTASI Jurnal Teknik mesin – Vol. 17, No. 3, Juli 2015: 137–144, DOI: 10.14710/rotasi.17.3.137-144.
7. Yaguang Zhu, Long Chen, Qiong Liu, Rui Qin, Bo Jin Omnidirectional Jump of a Legged Robot Based on the Behavior Mechanism of a Jumping Spider, Appl. Sci. 2018, 8, 51; doi:10.3390/app8010051.
8. М. І. Вігуро, А. В. Маляр, Розв'язання прямої задачі кінематики зварювального маніпулятора з шістьма ступенями свободи, Електроенергетичні та електромеханічні системи – 2021 1 (4), <http://doi.org/10.23939/sepes2021.01.027>.
9. Santiago Noriega Álvarez, María Camila Rojas, Hernando Leon-Rodriguez, Design and development of a quadruped spider robot. URL: <http://robotics.umng.edu.co/publications/2017-UNIBOSQUE-Design%20and%20development%20of%20a%20quadruped%20spider%20robot.pdf>.
10. Maria Camila Rojas Suárez, Santiago Noriega Álvarez, Bio-Inspired Quadruped Robot For Detection Carbon Dioxide In The Air, URL: https://clawar.org/wp-content/uploads/2020/08/CLAWAR_2018_paper_21.pdf.

Khazanovych Yu.Yu., Kyrychuk Yu.V., Cherepanska I.Yu. METHOD OF DETERMINING THE POSITION OF THE EXTREMITIES OF A STEPPING MOBILE ROBOT IN SPACE

The article analyzes traditional methods of building mathematical models of dynamics and kinematics of mobile robots (MR) and identifies their main shortcomings, which are the complexity and time-consuming mathematical operations. As an alternative, another mathematical method of building a model of the dynamics and kinematics of a six-legged walking mobile robot is proposed, in particular for determining the position of the limbs of a walking mobile robot, which is based on the methods of projective geometry, in particular the method of triangles.

Unlike traditional methods, the advantages of the method proposed in the article for determining the position of the limbs of a walking mobile robot are the simplicity of the applied mathematical apparatus, its smaller number of calculations and easy automation. This was achieved due to the use of intuitive methods of projective geometry, which are the basis of the proposed method.

Using the example of the abstract model of a six-legged walking mobile robot with the same design of three-hinged limbs and a body in the shape of a regular hexagon, presented in the article, it is shown that the application of the proposed method made it possible to simplify the process of building a mathematical

model to determine the position of its limbs, reduce labor intensity and increase the productivity of the work performed. In particular, by finding the position of the limb of a walking MR relative to the geometric center of mass of his body, by gradually constructing a set of triangles based on the projections of all joints of the limb onto the planes formed by the corresponding axes of the local coordinate system and calculating the sizes of the sides of the triangles corresponding to the direction and amount of movement of the given mobile limb work

The practical implementation of the proposed method is carried out in specialized software, the work of which is not considered in this article.

Key words: *walking mobile robot, mathematical model, coordinate system, automation, method of triangles.*